

Iniciación a las matemáticas



Aula Mentor



Autores
M^a Ángeles Ortiz Capilla
Fernando Alonso Molina
Juan Manuel García Dozagarat

NIPO
660-08-052-9

Coordinación Pedagógica
Mónica Garbayo Aragón y Amalia B. Dueñas Luengo

A M^a Ángeles

INICIACIÓN A LAS MATEMÁTICAS

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

BLOQUE A: NÚMEROS

UNIDAD 1: Números para contar y ordenar

UNIDAD 2: Números decimales

UNIDAD 3: Medida del tiempo. Unidades sexagesimales

UNIDAD 4: Fracciones

BLOQUE B: PROPORCIONALIDAD

UNIDAD 5: Proporciones

UNIDAD 6: Porcentajes

BLOQUE C: GEOMETRÍA Y MEDIDA

UNIDAD 7: Polígonos y poliedros

UNIDAD 8: Circunferencia, círculo y cuerpos redondos

BLOQUE D: TABLAS Y GRÁFICAS

UNIDAD 9: Tablas y gráficas cartesianas

UNIDAD 10: Organizar y valorar la información

BLOQUE E: COMPLEMENTOS

UNIDAD 11: Calculadora y cálculo mental

UNIDAD 12: Códigos

BLOQUE A: NÚMEROS

Unidad 1. Números para contar y ordenar

Unidad 2. Números decimales

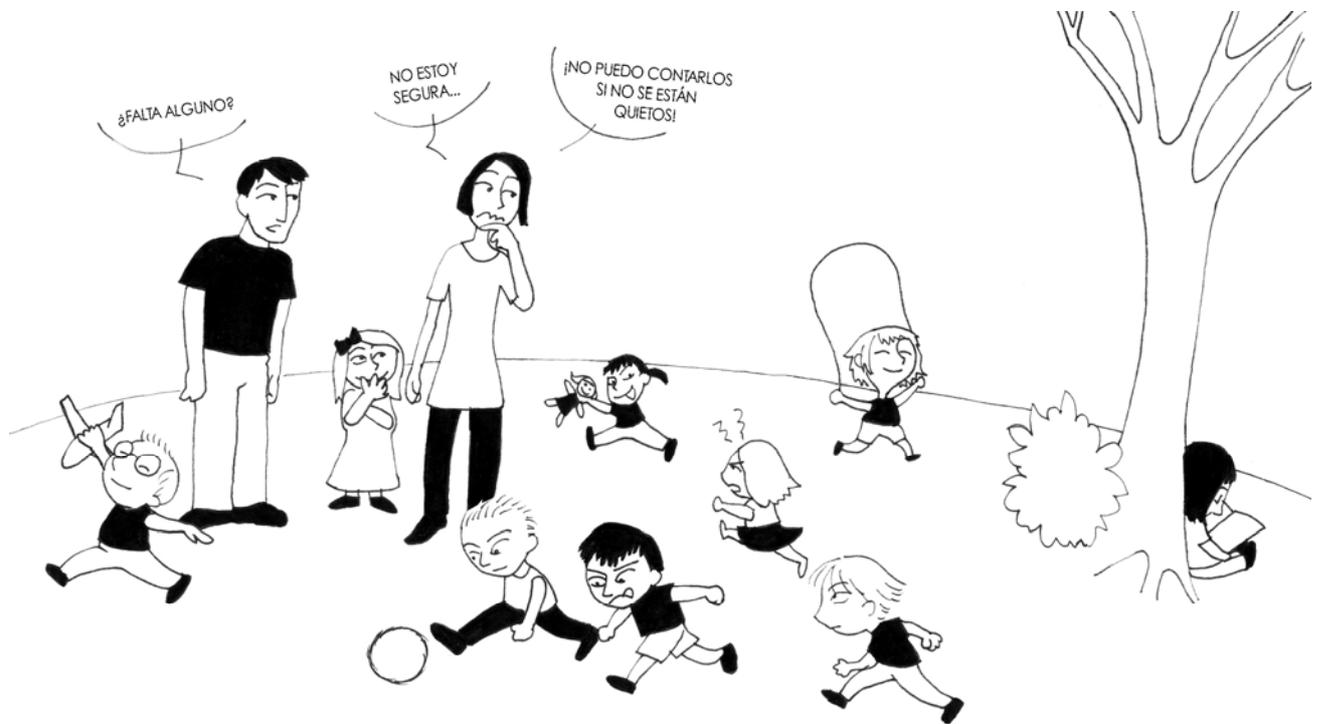
Unidad 3. Medida del tiempo. Unidades sexagesimales

Unidad 4. Fracciones

Unidad 1. Números para contar y ordenar

- 1.1. Sistema de numeración decimal**
- 1.2. ¿Cómo funciona este sistema de numeración?**
- 1.3. Lee y escribe números**
- 1.4. Operaciones**
- 1.5. Suma**
- 1.6. ¿Cómo se suman números grandes?**
- 1.7. Calculadora**
- 1.8. Suma con calculadora**
- 1.9. Dos propiedades de la suma**
- 1.10. Números pares y números impares**
- 1.11. Resta**
- 1.12. ¿Cómo se restan números grandes?**
- 1.13. Resta con calculadora**
- 1.14. Multiplicación**
- 1.15. ¿Cómo se multiplican números grandes?**
- 1.16. Multiplica con calculadora**
- 1.17. Dos propiedades de la multiplicación**
- 1.18. División**
- 1.19. ¿Cómo se dividen números grandes?**
- 1.20. Divide con calculadora: cociente y resto**

Unidad 1. Números para contar y ordenar



Las acciones de contar y ordenar, están estrechamente relacionadas, cuando contamos, numeramos lo que se cuenta y por tanto, momentáneamente, lo ordenamos.

Los números que se utilizan para contar y ordenar se llaman **números naturales**.

Los números naturales se utilizan habitualmente para registrar y transmitir datos e información. Pensemos en la numeración de las páginas de este texto, o en la numeración de las unidades del curso, en los pisos de una casa, en los informes sobre accidentes o sobre movimientos de población que vemos en la prensa, en los premios y los números de la lotería, etc.

Los números naturales se utilizan también como forma de codificar información sobre mercancías, objetos, viajes, personas, pensemos en el número de pasaporte, en el número de teléfono, el código postal, el código de barras de un producto, en número de vuelo, la matrícula de un coche, etc.

Lista provisional de Lotería Nacional

Número	Euros	Número	Euros	Número	Euros	Número	Euros	Número	Euros	Número	Euros
Decena											
22	p. 1000	3133	p. 1000	6031	p. 1000	9268	t. 1000	12854	p. 1000	16043	p. 1000
23	p. 1000	3135	t. 1000	6035	t. 1000	9277	t. 1000	12868	t. 1000	16068	t. 1000
35	t. 1000	3153	p. 1000	6045	p. 1000	9332	p. 1000	12897	t. 1000	16097	t. 1000
64	t. 1000	3168	t. 1000	6068	t. 1000	9335	t. 1000	12905	p. 1000	16135	t. 1000
97	t. 1000	3197	t. 1000	6097	t. 1000	9343	p. 1000	12935	t. 1000	16168	t. 1000
		3212	p. 1000	6135	t. 1000	9368	t. 1000	12968	t. 1000	16175	p. 1000
		3228	p. 1000	6148	p. 1000	9377	t. 1000	12997	t. 1000	16182	p. 1000
		3235	t. 1000	6168	t. 1000	9433	p. 1000			16197	t. 1000
Centena											
135	t. 1000	3268	t. 1000	6187	p. 1000	9435	t. 1000			16235	t. 1000
168	t. 1000	3297	t. 1000	6197	t. 1000	9468	t. 1000	13009	p. 1000	16268	t. 1000
172	p. 1000	3302	p. 1000	6199	p. 1000	9477	t. 1000	13035	t. 1000	16297	t. 1000
197	t. 1000	3335	t. 1000	6235	t. 1000	9535	t. 1000			16335	t. 1000
228	p. 1000	3368	t. 1000	6268	t. 1000	9554	p. 1000			16368	t. 1000
235	t. 1000	3397	t. 1000	6285	p. 1000	9568	t. 1000			16397	t. 1000
261	p. 1000	3402	p. 1000	6297	t. 1000	9589	p. 1000			16406	t. 1000
268	t. 1000	3407	p. 1000	6335	t. 1000	9591	p. 1000			16435	t. 1000
297	t. 1000	3413	p. 1000	6368	t. 1000	9597	t. 1000			16446	t. 1000
330	p. 1000	3435	p. 1000	6368	p. 1000	9635	t. 1000			16468	t. 1000
332	p. 1000	3435	t. 1000	6397	t. 1000	9668	t. 1000	13068	p. 1000	16497	t. 1000
335	t. 1000	3468	t. 1000	6419	p. 1000	9668	p. 1000	13068	t. 1000	16535	t. 1000
368	t. 1000	3497	t. 1000	6435	t. 1000	9677	t. 1000	13097	t. 1000	16568	t. 1000
376	p. 1000	3524	p. 1000	6440	p. 1000	9707	p. 1000	13135	t. 1000	16597	t. 1000
397	t. 1000	3534	p. 1000	6444	p. 1000	9713	p. 1000	13168	t. 1000	16635	t. 1000
431	p. 1000	3535	t. 1000	6468	t. 1000	9735	t. 1000	13197	t. 1000	16668	t. 1000
435	t. 1000	3568	t. 1000	6497	t. 1000	9768	t. 1000	13228	p. 1000	16697	t. 1000
468	t. 1000	3586	p. 1000	6498	p. 1000	9797	t. 1000	13235	t. 1000	16735	t. 1000
497	t. 1000	3597	t. 1000	6499	p. 1000	9835	t. 1000	13268	t. 1000	16768	t. 1000
535	t. 1000	3635	t. 1000	6535	t. 1000	9863	p. 1000	13297	t. 1000	16797	t. 1000
562	p. 1000	3668	t. 1000	6568	t. 1000	9868	t. 1000	13335	t. 1000	16835	t. 1000
568	t. 1000	3687	p. 1000	6597	t. 1000	9887	p. 1000	13368	t. 1000	16868	t. 1000
597	t. 1000	3697	t. 1000	6635	t. 1000	9897	t. 1000	13397	t. 1000	16897	t. 1000
63	p. 1000	3721	p. 1000	6639	p. 1000	9935	t. 1000	13435	t. 1000	16935	t. 1000
67	p. 1000	3735	t. 1000	6668	t. 1000	9968	t. 1000	13468	t. 1000	16968	t. 1000
71	p. 1000	3768	t. 1000	6697	t. 1000	9997	t. 1000			17006	t. 1000
75	t. 1000	3797	t. 1000	6735	p. 1000					17035	t. 1000
79	t. 1000	3811	p. 1000	6735	t. 1000					17068	t. 1000
83	t. 1000	3835	t. 1000	6768	t. 1000					17097	t. 1000
87	t. 1000	3870	t. 1000	6797	t. 1000					17135	t. 1000

Y, por supuesto, nos encontramos con números naturales dentro de las propias matemáticas:

Ejemplo 1: Tabla de números

Podemos dibujar una tabla de diez casillas por lado y rellenarla de números naturales:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	.	.	.			
21	22	23	.	.	.				
.	.	.	.						
91	.	.	.						

Imagínate la tabla y piensa en qué números son los que no se han escrito. En total caben 100 números naturales, pero podemos extender la tabla indefinidamente, si en lugar de poner diez casillas por lado hubiésemos puesto cien, o mil o más, podríamos escribir 10000 números, 1000000 de números, etc.

Hay infinitos números naturales

1.1. Sistema de numeración decimal

Es el conjunto de signos y reglas que utilizamos para escribir los números.

El *sistema de numeración decimal*, tiene su origen en la India y llegó a Europa traído por los árabes en la Edad Media.

Actualmente se utiliza en nuestra cultura y en todas las del mundo. Es un lenguaje universal, y nos permite no sólo escribir cualquier número, por muy grande o muy pequeño que sea, sino que también es una herramienta con la que podemos realizar con facilidad: sumas, restas, multiplicaciones y divisiones.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩

Los árabes utilizan el mismo sistema de numeración decimal, pero escriben las cifras de otra manera

1.2. ¿Cómo funciona este sistema de numeración?

Recordemos que para escribir los números:

- Utilizamos sólo diez símbolos que se llaman **cifras o dígitos**: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9
- Los números se escriben colocando seguidas las cifras de las distintas unidades, ejemplo: 35345.
- Cada cifra tiene un valor relativo distinto, según la posición que ocupa en el número, el 3 puede valer 3 o 30 o 300 o 3000 ... El 5 puede valer 5 o 50 o 500 o 5000 ...
- Las distintas posiciones que puede ocupar una cifra en el número se llaman unidades de primer orden, de segundo orden, de tercer orden, etc. y también reciben los nombres específicos siguientes:

← etc	Decenas de millón	Unidades de millón	Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades
				3	5	3	4	5

→
Cada unidad equivale a 10 de la siguiente

←
10 unidades equivalen a una de la anterior

Una unidad de cualquier orden vale 10 unidades del orden que está a su derecha, y 100 del siguiente, y 1000 del siguiente, etc.

Y por tanto diez unidades de cada casilla valen una unidad de la anterior: diez unidades valen una decena, diez decenas una centena, etc.

Ejemplo 2: El número 112

El número 112 tiene tres cifras y las tres juntas suman cuatro: $1 + 1 + 2 = 4$.

Hay más números de tres cifras que sumen cuatro, por ejemplo, con las mismas tres cifras del 112 podemos escribir los números:

112, 121 y 211.

Hemos usado las mismas cifras, pero ¿por qué son números diferentes?

Porque las cifras, en cada número, tienen un valor relativo diferente según la posición en que están colocadas:

Podríamos escribir los números así:

$$112 = 100 + 10 + 2$$

$$121 = 100 + 20 + 1 = 100 + 2 \times 10 + 1$$

$$211 = 200 + 10 + 1 = 2 \times 100 + 10 + 1$$

El 2 en cada número ocupa una posición diferente:

- En el 112 está en la posición de las unidades, vale 2 unidades
- En el 121 está en la posición de las decenas y cada decena vale 10 unidades, luego ese 2 vale 2 decenas o 20 unidades.
- En el 211 está en la posición de las centenas y cada centena vale 10 decenas o $10 \times 10 = 100$ unidades, luego ese 2 vale: 2 centenas o 20 decenas o 200 unidades.

Lo mismo ocurre con la cifra 1 en cada una de las posiciones que ocupa en el número 112.

- El primer 1 empezando por la izquierda vale: 100 unidades
- El segundo 1 empezando por la izquierda vale: 10 unidades

Ejemplo 3: Valor relativo de las cifras

En el número 35345 que hemos visto más arriba:

El primer 3, empezando por la izquierda; vale:

3 decenas de millar

30 unidades de millar

300 centenas

3000 decenas

30000 unidades

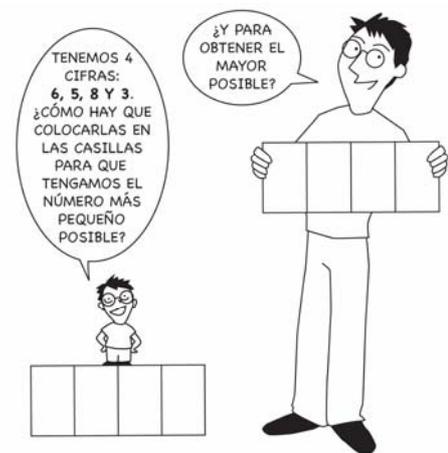
El primer 5 desde la izquierda vale:

5 millares

50 centenas

500 decenas

5000 unidades



Lo mismo se puede hacer con las demás cifras del número: 3, 4 y 5.

1.3. Lee y escribe números

Cuando los números se leen y escriben, todas las cifras se expresan en unidades

Ejemplo 4: el 247

Observa que el número está formado por:

2 Centenas + 4 Decenas + 7 Unidades = 200 Unidades + 40 Unidades + 7 Unidades

Y se lee: "Doscientos cuarenta y siete"

Si sumamos todas las cantidades expresadas en unidades obtenemos:

$$\begin{array}{r} 200 \\ + 40 \\ + 7 \\ \hline 247 \end{array}$$

Ejemplo 5: el 35945

"Treinta y cinco mil trescientos cuarenta y cinco unidades"

El número está formado por:

35 Millares + 9 Centenas + 4 Decenas + 5 Unidades =

= 35000 Unidades + 900 Unidades + 40 Unidades + 5 Unidades

Si sumamos todas las cantidades expresadas en unidades obtenemos:

$$\begin{array}{r} 35000 \\ + 300 \\ + 40 \\ + 5 \\ \hline 35345 \end{array}$$

1.4. Operaciones

Decíamos al principio que el sistema de numeración decimal nos sirve también como método de cálculo. Ahora repasaremos el significado y la práctica de las operaciones y haremos algunos ejemplos.

1.5. Suma

El significado de la suma es unir, agrupar, juntar en una única cantidad. Hallar la suma es contar juntas las cantidades que se suman:

Sumar $8 + 5$



es contar seguidos todos los triángulos, en total hay 13: Se escribe: $8 + 5 = 13$

Como consecuencia: $8 + 5 = 5 + 8 = 13$

Los números que se suman se llaman **sumandos** y al resultado **suma**.

Para sumar es necesario recordar la tabla de sumar:

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Ejemplo 6: Uso de la Tabla

Para sumar: $2 + 7$, se busca el 2 en la fila sombreada de arriba y el 7 en la primera columna sombreada, la suma es el número que está en el cruce de las líneas que salen de esos números:

$$2 + 7 = 9$$

– Comprueba que: $2 + 7 = 7 + 2 = 9$

– Comprueba que: $9 + 8 = 8 + 9 = 17$

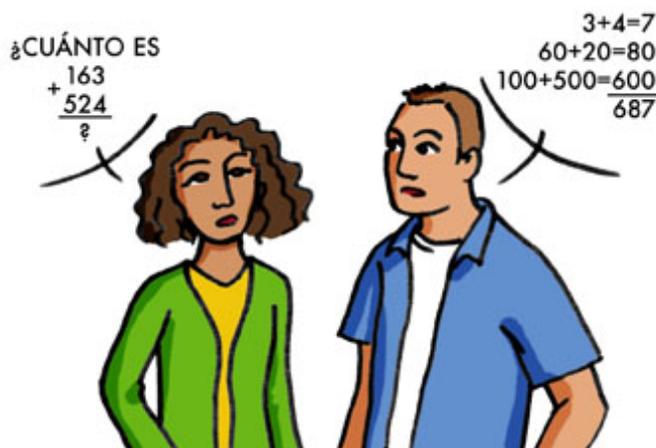
– Comprueba que: $3 + 4 + 6 = 13$ ($3 + 4 = 7$; $7 + 6 = 13$)

1.6. ¿Cómo se suman números grandes?

Vamos a repasar la suma de números de varias cifras. Recordemos que se siguen tres ideas:

- Se suman sólo unidades del mismo orden.
- Se colocan los sumandos haciendo coincidir las unidades del mismo orden y se suman empezando por la derecha, por las unidades. Si se suman unidades el resultado son unidades, si se suman decenas, el resultado son decenas, etc.
- Cuando al hacer las sumas, tengamos diez o más unidades de un orden cualquiera, se descuentan las decenas que haya de esa unidad, se dejan únicamente las unidades y se añade el número de decenas a las unidades del orden siguiente.

Las sumas de las diferentes unidades se hacen con la tabla de sumar y por eso es necesario sabérsela de memoria



A veces las sumas parciales son mayores que 10, o 100 o 1000 y las cosas no son tan sencillas como en el dibujo.

Ejemplo 7: 653 + 274

$$\begin{array}{r} 653 \\ + 274 \\ \hline \end{array}$$

8 (12)7 12 = 10 + 2

Diez decenas es una centena, luego se suma 1 a las centenas:

Se hace así:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 653 \\ + 274 \\ \hline \end{array}$$

9 2 7

Ejemplo 8: 9357 + 468

$$\begin{array}{r} +1 +1 \\ 9357 \\ + 468 \\ \hline \end{array}$$

7 + 8 = 15 = 10 + 5

10 + 50 + 60 = 120 = 100 + 20

$$\begin{array}{r} 9825 \end{array}$$

Con la práctica todo el proceso se hace descontando las unidades del orden siguiente mentalmente y colocándolas arriba, si es necesario.

C 1.7. Calculadora

Desde el menú Inicio de la Barra de tareas del Escritorio del ordenador, se accede al submenú Accesorios y en él se encuentra nuestra Calculadora, ábrela y en el menú Ver de ella selecciona la opción Estándar.

Puedes utilizar cualquier calculadora que tengas a mano.



Si usas la calculadora de Windows los números se escriben con el teclado del ordenador (cualquiera de los dos teclados numéricos que tiene – si se usa el de la derecha, debe estar activado) o haciendo clic sobre los de la calculadora con el Ratón.

Para borrar todo usaremos la tecla: **C**

Para borrar sólo el último número escrito la tecla: **CE**

C 1.8. Suma con calculadora?

Se escriben los números separándolos, haciendo clic en la tecla: **+**

Para obtener el resultado se hace clic sobre la tecla: **=**

Si sumas tres o más números, observa que la calculadora hace las sumas pendientes cada vez que se hace clic en la tecla: **+**

Las actividades que requieran el uso de la calculadora estarán marcados con **C**.

C Ejemplo 9: Suma con calculadora

Suma: $653 + 274$

Pulsaremos la siguiente secuencia de teclas: **6** **5** **3** **+** **2** **7** **4** **=**

En la pantalla aparece la suma: 927

– Comprueba que $9357 + 468 = 9825$

1.9. Dos propiedades de la suma

Asociativa: Para sumar tres o más números se van haciendo las sumas en parejas y los resultados también se van sumando en parejas, no importa como elijamos las parejas, siempre se obtiene el mismo resultado:

Comprueba que: $5 + 4 + 6 + 8$ se puede hacer sumando: $5 + 4 = 9$, después $9 + 6 = 15$ y por último $15 + 8 = 23$, esto es:

$$\underline{5 + 4} + 6 + 8 = \underline{9 + 6} + 8 = 15 + 8 = 23$$

Pero también podemos hacer: $4 + 6 = 10$, luego $10 + 8 = 18$ y por último $5 + 18 = 23$, esto es:

$$5 + \underline{4 + 6} + 8 = 5 + \underline{10 + 8} = 5 + 18 = 23$$

Y todas las posibilidades de combinar de dos.

Asociativa

The diagram shows three stages of adding the numbers 23, 42, 18, and 12. In the first stage, 23 and 72 are added to get 95. In the second stage, 23 and 42 are added to get 65, and 65 and 30 are added to get 95. In the third stage, 23, 42, 18, and 12 are added to get 95. Arrows and brackets indicate the sequence of operations.

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 72 \\ \hline 95 \end{array} \quad \leftarrow \begin{array}{r} 23 \\ + 42 \\ \hline 65 \\ + 30 \\ \hline 95 \end{array} \quad \leftarrow \begin{array}{r} 23 \\ 42 \\ 18 \\ + 12 \\ \hline 95 \end{array}$$

Podemos agrupar de 2 en 2 como queramos.

Conmutativa: Cuando se suman dos o más números no importa el orden en el que coloquemos los sumandos, siempre se obtiene el mismo resultado:

Comprueba que: $3 + 4 = 4 + 3 = 7$

$$25 + 30 = 30 + 25 = 55$$

$$124 + 10 + 26 = 10 + 26 + 124 = 26 + 10 + 124 = \dots = 160$$

Conmutativa

Two examples of commutative addition are shown. The first shows 34 + 56 = 90 and 56 + 34 = 90. The second shows 85 + 58 + 24 = 167 and 58 + 85 + 24 = 167.

$$\begin{array}{r} 34 \\ + 56 \\ \hline 90 \end{array} \quad \begin{array}{r} 56 \\ + 34 \\ \hline 90 \end{array} \quad \begin{array}{r} 85 \\ 58 \\ + 24 \\ \hline 167 \end{array} \quad \begin{array}{r} 58 \\ 24 \\ + 85 \\ \hline 167 \end{array}$$

No importa el orden